

Matematika

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a

mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

Éves óraszámok az egyes évfolyamokon

(7-11. évfolyamon 34, 12. évfolyamon 28 tanítási héttel számolva)

	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Alapóraszám esetén	102	102	102	136	102	112
Az alapóraszámhoz adódó választható					+34	
Emelt szintű képzés esetén	170	170	170	170	170	168

A tankönyv választás szempontjai:

A tanár egyéni döntése alapján választhat az akkreditált tankönyvek, munkafüzetek és feladatgyűjtemények közül a munkaközösségvezető jóváhagyásával.

A tanterv kivitelezéséhez szükséges taneszközök:

Jó minőségű, nagy méretű, folyamatosan karbantartott táblák minden tanteremben.

Jó minőségű (nem karcoló) fehér, és tanáronként és tanévenként legalább egy doboz színes kréta. Táblakörzők, vonalzó.

Interaktív táblák a működtetésükhöz szükséges projektorokkal és számítógépekkel.

Interaktív tananyagok.

Tanári segédkönyvek, az alkalmazott tankönyvek, munkafüzetek, feladatgyűjtemények tanári példányai.

A differenciálás módjai

A tanulókat egyéni képességeik és érdeklődési körük eltéréseihez alkalmazkodva, differenciált oktatással fejlesztjük. Ezt az órákon a munka megszervezésével, csoportmunka, pármunka alkalmazásával, és IKT eszközök segítségével érjük el.

A matematika iránt érdeklődő tanulókat emelt óraszámú csoportban tanítjuk, vagy szakköröket szervezünk nekik, versenyeken indítjuk őket.

A tanulásban lemaradó tanulók részére felzárkóztató foglalkozásokat tartunk.

A csoportbontás elvei:

A matematikát iskolánkban egy csoportban emelt szinten/heti 5 óra/, a többi 3 csoportban évfolyamonként alapóraszámban tanítjuk.

Az emelt szintű csoport kiválasztása már az első évben megtörténik, elsősorban a felvételin elért írásbeli pontszámok alapján, másodsorban a tanulók igénye szerint. Ezekben a csoportokban a létszámváltozás nagyon elenyésző, gyerekeink elkötelezettek, lelkesek, tehát a továbbiakban is ezt a gyakorlatot folytatnánk.

A többi három csoportban az első három évben a homogén csoportokat szervezünk. Ennek célja az, hogy megelőzzük a lemaradást, lehetővé téve a tehetséges gyerekek húzóerejét. Várjuk még a matematika iránt fogékonyabbak megerősödését, esetleges átjelentkezését a magasabb óraszámú csoportba.

A negyedik évfolyamon már az emelt szintű képzés előkészítése érdekében hasznosnak tartjuk az érdeklődés és az eredmények szerinti választást.

Ötödik, hatodik évfolyamon már tanulóink választanak közép- vagy emelt szintű csoportot igényeik szerint. A 11-12. évfolyamon két emelt szintű csoport indul.

Átjárhatóság a csoportok között:

A tanulók az első négy évfolyamon eltérő szintű csoportba csak félvkor és tanévváltáskor kerülhetnek, 11. és 12. évfolyamon lehetőség van a félvkor történő váltásra is.

A csoportváltás feltételei:

Emelt szintű csoportból alapszintűbe kerülni igazgatói engedéllyel lehet.

Alapszintű csoportból emelt szintűbe igazgatói engedéllyel, és a hiányzó tananyagot tartalmazó dolgozat sikeres megírásával lehet.

Értékelések

A tanulók értékelése témazáró dolgozatok, dolgozatok és szóbeli feleletek formájában, szummatív módon történik. A tanulók félévente a heti óraszámnál eggyel több témazáró dolgozatot írnak.

A tanulók magasabb évfolyamba lépésének feltételei

A továbblépés elégséges feltétele, hogy a tanuló a témazáró dolgozatok 80 %-át legalább elégséges szinten teljesítse és a tanév során szerzett osztályzatainak súlyozott átlaga legalább 1,8 legyen.

Évfolyamdolgozat, vizsga

A tanulók a 8. évfolyam végén az első két év anyagából évfolyamdolgozatot, a 10. évfolyam végén az első négy év anyagából vizsgát írnak.

Mindkét dolgozat eredménye az évközi jegyek között két témazáró jegynek számít.

A bizonyítványba a 10. évfolyamon írt vizsgán szerzett jegy kerül be.

A szóbeli érettségi témakörei (középszint)

1. Halmazok
 - 1.1. Halmazok megadása
 - 1.2. Műveletek halmazokkal
 - 1.3. Számhalmazok
2. Matematikai logika
 - 2.1. Állítás és tagadása
 - 2.2. „És” és a „vagy” logikai művelet
 - 2.3. Tételek és definíciók pontos megfogalmazása
3. Kombinatorika
 - 3.1. Skatulya-elv, logikai szita
 - 3.2. Permutáció, variáció, kombináció
4. Gráfok
 - 4.1. Konkrét szituációk megoldása és szemléltetése gráfokkal
5. Számelmélet
 - 5.1. Oszthatósági feladatok, prímszám, összetett szám
 - 5.2. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím
 - 5.3. Abszolútérték, ellentett, reciprokl
6. Hatvány, gyök, logaritmus Hatvány, hatványozás azonosságai
 - 6.1. Gyökvonás, gyökvonás azonosságai
 - 6.2. Logaritmus definíciója, azonosságai
7. Algebrai kifejezések
 - 7.1. Műveletek algebrai kifejezésekkel
8. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek
 - 8.1. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek
 - 8.2. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek
 - 8.3. Négyzetgyökös egyenletek
 - 8.4. Abszolútértékes egyenletek
 - 8.5. Exponenciális és logaritmikus egyenletek
 - 8.6. Trigonometrikus egyenletek
9. Függvények
 - 9.1. Egyváltozós valós függvények ábrázolása és jellemzése
 - 9.2. Számítási és mértani sorozat
10. Geometria, koordinátageometria, trigonometria
 - 10.1. Geometriai transzformációk
 - 10.2. Síkidomok
 - 10.3. Felszín- és térfogatszámítás
 - 10.4. Vektorok
 - 10.5. Szögfüggvények
 - 10.6. Pontok, vektorok koordinátái, egyenes és kör egyenlete
11. Valószínűségszámítás, statisztika
 - 11.1. Adatok gyűjtése, rendezése, ábrázolása, grafikon-elemzés
 - 11.2. Átlag, módusz, medián
 - 11.3. Relatív gyakoriság, a valószínűség klasszikus modellje

Helyi tanterv alapóraszám esetén (3-3-3-4-3-4)

7. - 8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon a korábbinál nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek. Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A 7–8. évfolyamon a Matematika tantárgy alapóraszámja: 204 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám negyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók a tanult ismeretek mélyítésére, ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

7. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	5
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	4
Számelméleti ismeretek, hatvány	20
Arányosság, százalékszámítás	14
Szöveges feladatok előkészítése	12
Szöveges feladatok	4
Síkbeli alakzatok	12
Transzformációk, szerkesztések	18
Térgeometria	6
Valószínűségszámítás	7
Összes óraszám:	102

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat számegyenesen ábrázol;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört
alaphalmaz

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

Fogalmak

„minden”, „van olyan”

„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Relatív prímelek felismerése

- Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban, normálalak
- Műveletek végzése hatványokkal

Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, relatív prímekek

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

Fogalmak

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei aránypár, arányos osztás

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt minimum óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével

Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

Témakör: Szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

Fogalmak

ellenőrzés

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
- Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal
- Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján

Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 18 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diskusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

Témakör: Térgeometria

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb testek felfedezése

Fogalmak

hasáb

Témakör: Valószínűségszámítás

Javasolt óraszám: 7 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ

Fogalmak

valószínűség

8. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	7
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	12
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	2
Százalékszámítás	4
Szöveges feladatok előkészítése	6
Szöveges feladatok	16
A függvény fogalmának előkészítése	12
Síkbeli alakzatok	12
Térgeometria	14
Leíró statisztika	12
Valószínűségszámítás	5
Összes óraszám:	102

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 7 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben
- Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió
halmazok különbsége, intervallum

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle
„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

Javasolt óraszám: 2 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban, normálalak
- Pozitív egész számok négyzetgyökének észszerű pontossággal való megadása számológéppel

Fogalmak

négyzetszámok négyzetgyöke, pozitív egész számok négyzetgyöke

Témakör: Százalékszámítás

Javasolt óraszám: 4 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása

Fogalmak

százalék

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt minimum óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével

Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

Témakör: Szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 16 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

ellenőrzés

Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
- Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján
- Pitagoraszi számhármak

Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

Témakör: Térgeometria
Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az úrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással
- Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal

Fogalmak

hasáb, gúla, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság
forgáshenger, forgáskúp

Témakör: Leíró statisztika
Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

Témakör: Valószínűségszámítás

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

Fogalmak

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

9-10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző az ismeretek egységes rendszerbe foglalása, a rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló lehetőleg a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában vagy önállóan megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg az elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A 9–10. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja 2 óra. Az 238 alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

9. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok, logika	16
Műveletek	6
Hatvány	6
Betűs kifejezések	12
Arány, százalék	3
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	30
Függvények	10
Geometria	19
Összes óraszám:	102

Témakör: Halmazok, Számhalmazok, Matematikai logika

Javasolt óraszám: 16 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.
- Descartes-féle szorzat
- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról
- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- Tizedes törtek átírása közös nevezőre és visszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása

Fogalmak

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „ha...”, „akkor...”, „akkor és csak akkor”
racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum

Témakör: Műveletek

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőre tört alakban is felír;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

Fogalmak

abszolút érték, ellentett, reciprok

Témakör: **Hatvány**

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével

Fogalmak

hatványalap, hatványkitevő, normálalak

Témakör: Betűs kifejezések alkalmazása (nevezetes azonosságok)

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$, $(a + b)^3$, az $(a - b)^3$, $(a + b+c)^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel
- Pascal-háromszög: $(a + b)^n$ kiszámolása
- azonosságok rajzos igazolása

Fogalmak

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, algebrai tört

Témakör: Arányosság, százalékszámítás (ismétlés)

Javasolt óraszám: 3 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléktérték, százalékláb

Témakör: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Javasolt óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, törtes egyenlőtlenségek, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.
- abszolút értéket tartalmazó egyenletek

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusán
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréssel feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
- Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikai úton

Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelvel

Témakör: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

Témakör: Geometria

Javasolt óraszám: 19 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.
- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.
- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása
- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása
- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
ívmérték, radián

10. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Matematikai logika	8
Kombinatorika, gráfok	16
Gyökvonás	12
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek	30
Síkgeometria	24
Geometriai transzformációk	20
Leíró statisztika	10
Valószínűségszámítás	10
Derékszögű háromszögek	6
Összes óraszám:	136

Témakör: Matematikai logika

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása

- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 16 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetsztékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Fogalmak

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Témakör: Gyökvonás

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai
- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza gyökvonás azonosságait;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A gyökvonás azonosságai

Fogalmak

négyzetgyök, n -edik gyök.

Témakör: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek

Javasolt óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
- Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Egyszerű törtes egyenletek megoldása
- Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása
- Egyszerű másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása

Fogalmak

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás, számtani közép, mértani közép

Témakör: Síkgeometria

Javasolt óraszám: 24 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- kiszámítja háromszögek területét.
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.
- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri és alkalmazza a kerületi- és középponti szögekre vonatkozó tételt
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalflező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalflező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása
- A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
ívmérték, radián

Témakör: Geometriai transzformációk

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;

- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolóját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.
- ismeri és alkalmazza a párhuzamos szelők és szelőszakaszok tételét és a tétel megfordítását

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)
- A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása
- Szakasz adott arányú osztása párhuzamos szelők tételének segítségével

Fogalmak

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
- A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

Témakör: Valószínűségszámítás

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

Témakör: Derékszögű háromszögek

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusz fogalmát derékszögű háromszögekben.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a hegyesszöget;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Szögfüggvény értékének ismeretében a hegyesszög meghatározása számológép segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens

11-12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

11. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	10
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	18
Exponenciális folyamatok vizsgálata	10
Sorozatok	16
Trigonometria	20
Koordináta geometria	20
Leíró statisztika	8
Összes óraszám:	102

Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

Óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete

- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- A $\sqrt{2}$ irracionálisának bizonyítása

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

Témakör: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Óraszám: 18 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai
- A logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
- Egyszerű exponenciális és logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

Fogalmak

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Témakör: Exponenciális folyamatok vizsgálata

Óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Fogalmak

Nincsenek új fogalmak.

Témakör: Sorozatok

Óraszám: 16 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

Fogalmak

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet

Témakör: Trigonometria

Óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében

- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

Témakör: Koordinátageometria

Óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban

- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Vektorok skaláris szorzatának ismerete és alkalmazása
- Az egyenes egyenletének irányvektoros és normálvektoros alakja
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
- Kör adott pontjába húzható érintő egyenletének felírása

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete
irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat

Témakör: Leíró statisztika

Óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középvértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

12. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Halmazok, matematikai logika	8
Kombinatorika, gráfok	13
Térgeometria	24
Valószínűség-számítás	20
Rendszerező összefoglalás	47
Összes óraszám:	112

Témakör: Halmazok, matematikai logika

Óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

logikai műveletek

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Óraszám: 13 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának segítségével

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

Témakör: Térgeometria

Óraszám: 24 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, úrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

Témakör: Valószínűség-számítás

Óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre

- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Témakör: Rendszerező összefoglalás

Óraszám: 47 óra

Halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.

Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.

A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.

Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.

Bizonyítási módszerek.

Kombinatorika: leszámhlási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.

Gráfelméleti ismeretek rendszerezése.

Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.

Valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.

Számelmélet, algebra

Gyakorlati számítások: Kerekítés, közelítő érték, becslés tudatos használata. Számológép használata, értelmes kerekítés.

Számelméleti ismeretek, számrendszerek.

Egyenletek és egyenlőtlenségek.

Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.

Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, gyökfogalom, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.

Számtani és mértani közép.

Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.

Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.

Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.

Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.

Függvények, sorozatok

A függvény megadása. A függvények jellemzése.

Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.

Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.

Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.

Függvények használata valós folyamatok elemzésében.

Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamatszámítás, gazdasági számítások.

Geometria

Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.

Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.

Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata transzformációknál.

Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.

Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei.

Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között.

A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.

Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.

Kör és részei.

Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

Számítási feladatok.

Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.

Vektorok alkalmazásai.

Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben.

Forgásszögek.

Koordinátageometriai ismeretek.

Kerületszámítás, területszámítás.

A tanult térbeli alakzatok áttekintése.

Felszín- és térfogatszámítás.

Valószínűségyszámítás, statisztika

Adathalmaz jellemzői. Diagramok. Statisztikai mutatók: középértékek és szóródási mutatók.

Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Mintavételi eljárások.

Helyi tanterv emelt szintű képzésben (5-5-5-5-5-6)

7. - 8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon a Matematika tantárgy emelt szintű képzésének óraszám: 340 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók a tanult ismeretek mélyítésére, ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

7. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	7
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	8
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	33
Arányosság, százalékszámítás	24
Szöveges feladatok előkészítése	18
Szöveges feladatok	10
Síkbeli alakzatok	20
Transzformációk, szerkesztések	25
Térgeometria	10
Valószínűségszámítás	15
Összes óraszám:	170

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 7 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat számegyenesen ábrázol;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok szemléltetése számegyenesen

- Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása.
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört
alaphalmaz

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- Logikai állítások és azok tagadása, megfordításuk.
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével
- Faktoriális jelölés használata.
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

Fogalmak

„minden”, „van olyan”

„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány

Javasolt óraszám: 33 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Számolás maradékokkal.
- Négyzetszámok maradékai.
- Számjegyes feladatok.
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Relatív prímelek felismerése
- Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban, normálalak
- Műveletek végzése hatványokkal
- Hatványozás azonosságai.

Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, relatív prímelek

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

Javasolt óraszám: 24 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri, és összetett feladatokban alkalmazza a százalék fogalmát;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, úrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

Fogalmak

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, úrtartalom szabványmértékegységei
aránypár, arányos osztás

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt minimum óraszám: 18 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvel megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvel
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel

Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

Témakör: Szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése.
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

Fogalmak

ellenőrzés

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Néhány nevezetes háromszög tulajdonságai.
30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek.
- Háromszögek külső szögeinek összege
- A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Egybevágóságon alapuló számítási, feladatok.

- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
- Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal
- Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján

Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 25 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diskusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

Témakör: Térgeometria
Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb testek felfedezése
- Sokszöglapokkal határolt testek

Fogalmak

hasáb

Témakör: Valószínűségszámítás

Javasolt óraszám: 15 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ

Fogalmak

valószínűség

8. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	10
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	20
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	6
Százalékszámítás	10
Szöveges feladatok előkészítése	12
Szöveges feladatok	25
A függvény fogalmának előkészítése	20
Síkbeli alakzatok	20
Térgeometria	22
Leíró statisztika	12
Valószínűség-számítás	13
Összes óraszám:	170

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása.
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben
- Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió
halmazok különbsége, intervallum

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Definíció, tétel kimondása.
- A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában.
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is.
- Hatványok használata az eredmény leírására.
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle
„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban, normálalak
- Pozitív egész számok négyzetgyökének észszerű pontossággal való megadása számológéppel

Fogalmak

négyzetszámok négyzetgyöke, pozitív egész számok négyzetgyöke

Témakör: Százalékszámítás

Javasolt óraszám: 10 óra

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása

Fogalmak

százalék

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt minimum óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a - b)^2$

- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvel
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel

Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv
azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

Témakör: Szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 25 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Típusfeladatok egyszerű példákkal:
 - számok helyi értékével kapcsolatos feladatok,
 - geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok,
 - fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok,
 - százalékszámítási feladatok,
 - keverési feladatok,
 - együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

ellenőrzés

Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény.
- A lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján.
- Függvénytranszformációk az ismert függvényeken egyszerű esetekben: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $-f(x)$.
- Néhány nem lineáris függvény: x^2 ; $|x|$; $\{x\}$; $[x]$; $\text{sgn } x$.

Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- Pitagorasz-tétel. A tétel és megfordításának bizonyítása, és alkalmazása számítási feladatokban;
- Thalész tétele. A tétel és megfordítása, bizonyítása, és alkalmazása számítási feladatokban
- ismeri a kör részeit.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése

- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
- Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján
- Pitagorasz-számhármak

Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

Témakör: Térgeometria

Javasolt óraszám: 22 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással
- Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal

Fogalmak

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság
forgáshenger, forgáskúp

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

Témakör: Valószínűségszámítás

Javasolt óraszám: 13 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;

- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

Fogalmak

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

9-10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a matematika tantárgy emelt szintű képzés óraszámja 340 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

9. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok, logika	30
Műveletek	10
Hatvány	10
Betűs kifejezések	25
Arány, százalék	5
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	40
Függvények	20
Geometria	30
Összes óraszám:	170

Témakör: Halmazok, Számhalmazok, Matematikai logika

Javasolt óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.
- Descartes-féle szorzat
- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
 - A halmazműveletek tulajdonságai. Összevetés a logikai műveletek tulajdonságaival.
 - Halmazok számossága.
 - n elemű halmaz részhalmazainak a száma.
- Szemléletes kép végtelen halmazokról
- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban

- Tizedes törtek átírása közös nevezőre és visszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számevgyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása

Fogalmak

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”
racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum

Témakör: Műveletek

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőre tört alakban is felír;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.
- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokjának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése
- Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek.

Fogalmak

abszolút érték, ellentett, reciprokok

Témakör: Hatvány

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- A pozitív egész számok hatványainak végződése
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak alkalmazása összetett feladatokban
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével

Fogalmak

hatványalap, hatványkitevő, normálalak

Témakör: Betűs kifejezések alkalmazása (nevezetes azonosságok)

Javasolt óraszám: 25 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$, $(a + b)^3$, az $(a - b)^3$, $(a + b+c)^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása

(például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)

- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel
- Pascal-háromszög: $(a + b)^n$ kiszámolása
- azonosságok rajzos igazolása

Fogalmak

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, algebrai tört

Témakör: Arányosság, százalékszámítás (ismétlés)

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

Témakör: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Javasolt óraszám: 40 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készíti;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, törtes egyenlőtlenségek, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.
- abszolút értéket tartalmazó egyenletek

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusan
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

- Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikai úton
- Elsőfokú egyenletrendszerek. Behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere, új ismeretlen bevezetése
- Egyenletrendszerek grafikus megoldása.

Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

Témakör: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény.

- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

Témakör: Geometria

Javasolt óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.
- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.
- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása
- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalflező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalflező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása
- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
ívmérték, radián

10. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Logika	5
Kombinatorika, gráfok	25
Gyökvonás	20
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek	45
Síkgeometria	25
Transzformációk, szerkesztések	15
Leíró statisztika	10
Valószínűség számítás	10
Szögfüggvények	15
Összes óraszám:	170

Témakör: Matematikai logika

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 25 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.
- Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.
- Kombináció – ismétlés nélkül.
- Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétélünk, mélyítjük a feladatmegoldási rutinunkat.
- Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$.
- Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik.
- Pascal háromszög.
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Fogalmak

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Témakör: Gyökvonás

Javasolt óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai
- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza gyökvonás azonosságait;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás.
- Nevező gyöktelenítése
- A gyökvonás azonosságai

Fogalmak

négyzetgyök, n-edik gyök.

Témakör: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Javasolt óraszám: 45 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- Több gyököt tartalmazó egyenletek
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
- Egyszerű és összetett másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Egyszerű és összetett törtes egyenletek megoldása

- Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása
- Egyszerű másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása

Fogalmak

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás, számtani közép, mértani közép

Témakör: Síkgeometria

Javasolt óraszám: 15 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- kiszámítja háromszögek területét.
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.
- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri és alkalmazza a kerületi- és középponti szögekre vonatkozó tételt
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása

- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása
- A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
ívmérték, radián

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 25 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolását hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.
- ismeri és alkalmazza a párhuzamos szelők és szelőszakaszok tételét és a tétel megfordítását

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diskusszió

- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)
- A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása
- Szakasz adott arányú osztása párhuzamos szelők tételének segítségével

Fogalmak

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása

- Kördiagramból oszlopdiaagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
- A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

Fogalmak

oszlopdiaagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

Témakör: Valószínűségszámítás

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

Témakör: Szögfüggvények

Javasolt óraszám: 15 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusz fogalmát derékszögű háromszögekben.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a hegyesszöget;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Szögfüggvény értékének ismeretében a hegyesszög meghatározása számológép segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- A szögfüggvények definíciója forgásszögek esetén
- A szögfüggvények grafikonjai

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, kotangens

11-12. évfolyam

A 10–11. évfolyamon a Matematika tantárgy emelt szintű képzés óraszámja: 338 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók a tanult ismeretek mélyítésére, ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

11. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	6
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	30
Exponenciális folyamatok vizsgálata	10
Függvények, sorozatok	52
Trigonometria	30
Koordinátageometria	30
Leíró statisztika	12
Összes óraszám:	170

Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete

- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- A $\sqrt{2}$ irracionálisának bizonyítása

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

Témakör: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
- ismeri a szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságokat.
- ismeri a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai
- Alkalmazza a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát.
- A logaritmus függvény ábrázolása, tulajdonságai
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

Fogalmak

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Témakör: Exponenciális folyamatok vizsgálata

Óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Fogalmak

Nincsenek új fogalmak.

Témakör: Függvények, sorozatok

Óraszám: 52 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;

- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában;
- tudja a sorozatokat jellemezni (korlátosság, monotonitás);
- ismeri a konvergencia szemléletes fogalmát;
- ismeri a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételket
- ismeri a függvények végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határértékének fogalmát;
- ismerje a folytonosság szemléletes fogalmát;
- ismerje a sorozatok végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték fogalmát.
- tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját, és az összeg-, a különbség-, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait;
- tudja bizonyítani, hogy $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}$ esetén);
- ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása
- Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját.
- Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételket.
- Alkalmazza az összeg-, a különbség-, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait
- Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát;
- Alkalmazza a trigonometrikus függvények deriváltját;
- Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására és polinomfüggvények vizsgálatára (monotonitás, szélsőérték, konvexitás)

Fogalmak

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet; differenciahányados, differenciálhányados, deriváltfüggvény; konvex függvény, konkáv függvény

Témakör: Trigonometria

Óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a forgásszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét
- ismeri a szögfüggvények általános definícióját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése
- függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket ($\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$)

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel, addíciós tételek

Témakör: Koordinátageometria

Óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Vektorok skaláris szorzatának ismerete és alkalmazása
- Az egyenes egyenletének irányvektoros és normálvektoros alakja
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének meghatározása
- Kör adott pontjába húzható érintő egyenletének felírása

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete
irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat

Témakör: Leíró statisztika**Óraszám: 12 óra****Tanulási eredmények**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

12. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Óraszám
Halmazok, matematikai logika	6
Kombinatorika, gráfok	13
Térgeometria	34
Függvények	28
Valószínűségszámítás	15
Rendszerező összefoglalás	72
Összes óraszám:	168

Témakör: Halmazok, matematikai logika

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani
- ismeri az alábbi bizonyítási típusokat és tud példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges, és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát
- meg tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges, és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát

Fogalmak

logikai műveletek, indirekt bizonyítás, teljes indukció, skatulya-elv, szükséges feltétel, elegendő feltétel

Témakör: Kombinatorika, gráfok

Óraszám: 13 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.
- definiálja és alkalmazza a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, séta, körséta, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, teljes gráf, fa, komplementer gráf, izomorf gráfok.
- ismerje az n pontú teljes gráf éleinek a számát.
- ismeri a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.
- bizonyítja, hogy bármely (legalább kétpontú) egyszerű gráfban létezik két azonos fokszámú pont.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának segítségével

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban, többszörös él, hurokél, séta, körséta, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, teljes gráf, fa, komplementer gráf, izomorf gráfok

Témakör: Térgeometria

Óraszám: 34 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:
ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg a választ;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete

- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

Témakör: Valószínűségszámítás

Óraszám: 15 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban

- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Témakör: Függvények

Óraszám: 28 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- Ismeri folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a kétoldali közelítés módszerét
- Ismeri az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.
- Ismeri a függvény valós számszorosára, függvények összegére és különbségére vonatkozó integrálási szabályokat.
- Ismeri a sorok határértékének fogalmát, a mértani sor határértékét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Fel tudja írni a konstansfüggvény, a polinomfüggvények, illetve a szinusz- és koszinuszfüggvény határozatlan integrálját.
- Ki tudja számolni a polinomfüggvények, illetve a szinusz- és koszinuszfüggvény grafikonja alatti területet.
- Ki tudja számolni a polinomfüggvények, illetve a szinusz- és koszinuszfüggvény grafikonjai közötti területet.
- Feladatokban felismeri, és ki tudja számolni a mértani sor összegét.

Fogalmak

integrálfüggvény, primitív függvény, határozatlan integrál, határozott integrál, matematikai sor, részletösszegek sorozata, sorok határértéke, mértani sor

Témakör: Rendszerező összefoglalás

Óraszám: 72 óra

Halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.

Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.

A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.

Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.

Bizonyítási módszerek.

Kombinatorika: leszámítási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.

Gráfelméleti ismeretek rendszerezése.

Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.

Valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.

Számelmélet, algebra

Gyakorlati számítások: Kerekítés, közelítő érték, becslés tudatos használata. Számológép használata, értelmes kerekítés.

Számelméleti ismeretek, számrendszerek.

Egyenletek és egyenlőtlenségek.

Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.

Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, gyökfogalom, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.

Számtani és mértani közép.

Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.

Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.

Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.

Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.

Függvények, sorozatok

A függvény megadása. A függvények jellemzése.

Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.

Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.

Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.

Függvények használata valós folyamatok elemzésében.

Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamatszámítás, gazdasági számítások.

Geometria

Geometriai alapfogalmak, pont-halmazok.

Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.

Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata transzformációknál.

Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.

Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei.

Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között.

A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.

Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.

Kör és részei.

Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.

Számítási feladatok.

Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.

Vektorok alkalmazásai.
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben.
Forgásszögek.
Koordinátageometriai ismeretek.
Kerületszámítás, területszámítás.
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.
Felszín- és térfogatszámítás.

Valószínűesszámitás, statisztika

Adathalmaz jellemzői. Diagramok. Statisztikai mutatók: középértékek és szóródási mutatók. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Mintavételi eljárások.

Az osztályozó vizsga témái

Az osztályozó és javító vizsga csak írásbeli részből áll, időtartama 60 perc. A dolgozatot a tanév témaköreiből kéttagú bizottság állítja össze, és értékeli az alábbiak szerint:

0 - 39%: elégtelen

40 - 54%: elégséges

55 – 69%: közepes

70 – 84%: jó

85 – 100%: jeles

Az osztályozó és javítóvizsga témakörei:

7. évfolyam

Témakörök
Halmazok, számhalmazok
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök
Arányosság, százalékszámítás
Szöveges feladatok előkészítése
Szöveges feladatok
Síkbeli alakzatok
Transzformációk, szerkesztések
Térgeometria
Valószínűség-számítás

Halmazok, számhalmazok

Halmaz fogalma, Halmaz megadási módjai, halmazok elnevezése.

Halmazok ábrázolása

Részhalmaz fogalma

Nevezetes számhalmazok, nevezetes számhalmazok halmazábrája, racionális és irracionális számok, műveletek a racionális számok körében. Számegyenes

Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Az állítás fogalma

Az állítás logikai értékének meghatározása

Az állítás tagadása

Az implikáció megfordítása, logikai értékének meghatározása („ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat)

Konkrét szituációk szemléltetése gráffal

Számelméleti ismeretek, hatványozás

A prímszám és az összetett szám fogalma. Összetett számok prímtényező felbontása
Természetes számok legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének fogalma és meghatározása, alkalmazás szöveges feladatokban. Szorzatuk. Relatív prímelek fogalma.

Pozitív egész számok pozitív természetes kitevőjű hatványának fogalma (hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték)és alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása

10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban

Racionális számok különböző alakjai: közös nevező tört, vegyes tört, tizedestört, normálalak, százalékalak.

Műveletek végzése hatványokkal, és alkalmazása

Arányosság, százalékszámítás

Arányos osztás, arányos rész

Egyenes arányosság felismerése, fogalma és alkalmazása konkrét feladatokban (aránypár)

Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása

Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, kamatos kamat

A fordított arányosság felismerése, fogalma és alkalmazása szöveges feladatok megoldásában (aránypár)

Terület, térfogat, úrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

Szöveges feladatok, egyenletek, egyenlőtlenség

Szövegértés, szövegalapján modellalkotás, hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása

Betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére . (változó, együttható, helyettesítési érték)

Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása

Egytagú és többtagú kifejezések számmal való szorzása

Egyenlet fogalma, alaphalmaz, ellenőrzés, azonosság

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása lebontogatással, mérlegelvel

Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel

Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

Síkbeli alakzatok

A háromszögek csoportosítása, szögek, szögek és oldalaik. Háromszög-egyenlőtlenség

A háromszög néhány nevezetes vonal: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal .

A négyszögek tulajdonságai: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

A speciális négyszögek: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;

A speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságai, halmazábra

A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

A kör fogalma , a kör részei.

A háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerülete, területe;

Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján

Transzformációk, szerkesztések

Tengelyes tükrözés ismerete, alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése

Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben

Középpontos tükrözés ismerete, alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése

Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben

Kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

Szerkesztési feladatokban vázlat, előzetes ábra készítése

Térgeometria

Kocka, téglatest, hasáb fogalma, hálójuk elkészítése, határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;

A kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Valószínűség-számítás

Valószínűségi játékok, lehetséges kimenetek, adatot rendszerezése, ábrázolása, valószínűség

8. évfolyam

Témakörök
Halmazok, számhalmazok
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök
Százalékszámítás
Szöveges feladatok előkészítése
Szöveges feladatok
A függvény fogalmának előkészítése
Síkbeli alakzatok
Térgeometria
Leíró statisztika
Valószínűség-számítás

Halmazok, számhalmazok

Halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyenesen.

Véges halmaz komplementere, véges halmazok metszete, uniója, különbsége, ezek ábrázolása Venn-diagramon.

Intervallum fogalma, intervallumok szemléltetése számegegyenesen, (intervallum és egyenlőtlenség) Műveletek intervallumokkal.

Véges halmaz részhalmazainak száma, összes részhalmazainak száma

Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása („minden”, „van olyan” „ha ..., akkor ...”).

Sorba rendezési problémák megoldása, kör mentén is .
Kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül.
Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére.

Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

Négyzetszám fogalma. Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
Pozitív számok négyzetgyökének fogalma, adott kerekítéssel való megadása számológéppel.

Százalékszámítás

A százalékszámítás alkalmazása a valóságos élethez köthető helyzetekben.
Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
Banki ajánlatok (ügyműveletcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása

Szöveges feladatok

Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása.
Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása . Egytagú és többtagú kifejezések számmal való szorzása . Két tagból közös számtényező kiemelése. Helyettesítési érték számolása.
Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása lebonthatással, mérlegelvel.
Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel.
Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása.
Becslés, ellenőrzés

A függvény fogalma

Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása,
Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása.
Koordináta-rendszer. Értéktáblázat adatainak ábrázolása koordináta-rendszerben;

Egyszerű grafikonok jellemzése: értelmezési tartomány, értékkészlet, növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont.

Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben.

Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása. (Értékpárok, értéktáblázat, grafikon.)

Síkbeli alakzatok

A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése

Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások

Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása

Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján

Pitagoraszi számhármások

Térgeometria

Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése

Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján, hálók készítése.

A gömb tulajdonságai. A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek.

Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

A forgáshenger és a forgáskúp fogalma.

Leíró statisztika

Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése. Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon. (oszlopdiaagram, kördiaagram, vonaldiaagram, pontdiaagram)

Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak

Adatok gyűjtése táblázatból, adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása

Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása.

Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása.

Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása.

Valószínűség-számítás

A gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalma.

„Lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

9. évfolyam

Témakörök
Halmazok, számhalmazok, logika
Műveletek
Hatvány
Betűs kifejezések
Arány, százalék
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek
Függvények
Geometria

Halmazok

Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben

Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával

Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése

Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével

Szemléletes kép végtelen halmazokról

A matematikai bizonyítás fogalma

Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)

Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban

A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
Tizedes törtek átírása közöséges tört alakba és viszont
Irracionális számok szemléltetése
Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása

Műveletek

Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
Valós számok adott jegyre kerekítése
Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

Hatvány

Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
Számok normálalakja
Számolás normálalak segítségével

Betűs kifejezések alkalmazása

Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$, $(a + b)^3$, az $(a - b)^3$, $(a + b+c)^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel
Pascal-háromszög: $(a + b)^n$ kiszámolása
azonosságok rajzos igazolása

Arányosság, százalékszámítás

Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése

Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)

Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és validálás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével és grafikusán

Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán

Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikai úton

A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű

Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete

Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése

Függvények ábrázolása táblázat alapján

Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására

A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása

Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai

Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$

Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján

Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Geometria

Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban

Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása

Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúciszögek, egyállású szögek, váltószögek

A szakaszelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete

Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint

Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között

Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög

A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör

Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása

A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása

A Pitagorasz-tétel bizonyítása

Háromszög területének kiszámítása

Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
 Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
 Szabályos sokszög fogalmának ismerete
 Szabályos sokszög területe átdarabolással
 Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
 Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
 Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
 Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
 A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
 A Thalész-tétel bizonyítása
 Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása

10. évfolyam

Témakörök
Logika
Kombinatorika, gráfok
Gyökvonás
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek
Geometriai transzformációk
Síkgeometria
Leíró statisztika
Valószínűségszámítás
Derékszögű háromszögek

Logika

A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben

Adott állítás megfordításának megfogalmazása

„Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása

Stratégiai és logikai játékok

Kombinatorika, gráfok

Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel

Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban

Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában

Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában

Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Gyökvonás

A négyzetgyök definíciója

Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével

A gyökvonás azonosságai

n-edik gyök definíciója és azonosságai

Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal

Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán

Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása

Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán

Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása

$$\sqrt{x+c} = ax+b$$

A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete

Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása

Egyszerű törtes egyenletek megoldása

Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása

Egyszerű másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása

Síkgeometria

Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban

Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása

A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete

Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között

Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög

A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör

Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása

Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása

Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása

Szabályos sokszög fogalmának ismerete

Szabályos sokszög területe átdarabolással

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével

Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak

Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása

A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása

Transzformációk, szerkesztések

Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)

A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik

A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével

Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása

Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel

Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban

Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában

Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása

Négyszögek egybevágósága

Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diskusszió

Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai

A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában

Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

A magasságtétel és a befogótétel ismerete és alkalmazása

Szakasz adott arányú osztása párhuzamos szelők tételének segítségével

Leíró statisztika

Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése

Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból

Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel

A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések

Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel

Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása

Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont

Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

Valószínűségszámítás

Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése

A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon

A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása

Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

Derékszögű háromszögek hegyesszögeinek a szögfüggvényei

Hegyeszög szinusza, koszinusza, tangense

Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben

Szögfüggvény értékének ismeretében a hegyesszög meghatározása számológép segítségével
A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva

11. évfolyam

Témakörök
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus
Exponenciális folyamatok vizsgálata
Sorozatok
Trigonometria
Koordinátageometria
Leíró statisztika

Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

Az oszthatóság alapvető fogalmainak, az oszthatósági szabályoknak és az összetett oszthatósági szabályoknak ismerete

Összetett számok felbontása prímszámok szorzatára; két természetes szám legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének meghatározás

Helyiértékes írásmód 10-es és más alapú számrendszerekben;

Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Az n -edik gyök, a racionális kitevőjű hatvány fogalmának és a hatványozás azonosságainak alkalmazása

Az exponenciális és a logaritmus függvények ábrázolása, a függvények tulajdonságainak ismerete.

A logaritmus fogalmának, azonosságának alkalmazása

A számológép használata a logaritmus értékének meghatározásához, és a visszakereséshez.

Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.

Exponenciális folyamatok vizsgálata

A matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése;

Megoldási stratégia, algoritmus választása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása; a kapott megoldásának az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezése, ellenőrzése, és az észszerűségi szempontokat figyelembe vétele a válasz megadásánál.

Sorozatok

A számtani és mértani sorozatok fogalma; az n -edik tagjuk és az első n tagjuk összegének felírása.

A százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalma, alkalmazása.

A mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek használata az egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számításában.

Trigonometria

A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciójának alkalmazása a derékszögű háromszögben;

A tompaszögek szögfüggvényeinek származtatása a hegyesszögek szögfüggvényei alapján

A szögfüggvényeik összefüggéseinek használata

A szinusztétel és a koszinusztétel alkalmazása geometria feladatokban.

A szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása.

A háromszögek területe.

A speciális négyszögek tulajdonságai, területük kiszámítása, átdarabolással a sokszögek területének a meghatározása.

Koordinátageometria

Vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmak (vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor); a vektorműveletek.

Pont és vektor koordinátaival történő megadása a derékszögű koordináta-rendszerben; osztópontok koordinátái, szakaszokkal.

Az egyenes egyenletei; az egyenesek kölcsönös helyzete; az egyenesek metszéspontjainak koordinátái az egyenesek egyenletének ismeretében.

A kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; a kör és egyenes kölcsönös helyzete, a kör adott pontjába húzható érintő egyenlete.

Leíró statisztika

Az adatsokaság alapvető statisztikai jellemzői (gyakoriság, kvartilisek, középértékek, szóródási mutatók) kiszámítása

A diagramok (oszlop-, vonal-, sáv-, kör- és sodrófadiagram) alkalmazása adathalmazok jellemzésére összehasonlítására

A grafikus manipulációk felismerése a diagramok esetén.

12. évfolyam közép

Témakörök
Halmazok, matematikai logika
Kombinatorika, gráfok
Térgeometria
Valószínűség-számítás
Rendszerező összefoglalás

Halmazok, matematikai logika

A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok felismerése
Egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékének

Kombinatorika, gráfok

Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása

A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása;

A mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül és a komplementer esetek felismerése és számolása.

Konkrét szituációk szemléltetése és egyszerű feladatok megoldása gráfok segítségével
Agráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása.

Térgeometria

Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága és hajlásszöge

A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak, felszínének és térfogatának ismerete és alkalmazása.

A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységei és az átváltási szabályainak megfelelő válaszok a sík- és térgeometriai feladatoknál.

A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása.

Valószínűség-számítás

A klasszikus valószínűségi modell, valószínűség geometriai modelljének és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása.

A valószínűség meghatározása visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.